

المعهد العربي للتخطيط بالكويت

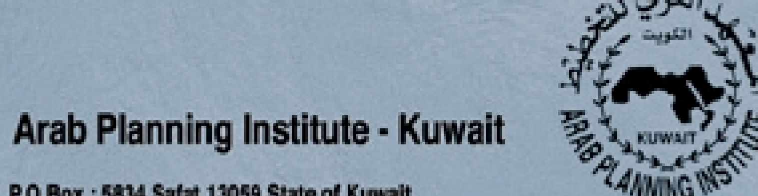
Arab Planning Institute - Kuwait

منظمة عربية مستقلة

الاقتصاد القياسي

سلسلة دورية تعنى بقضايا التنمية في الدول العربية
العدد الحادي والخمسون - آذار/مارس 2006 - السنة الخامسة

Arab Planning Institute - Kuwait
P.O.Box : 5834 Safat 13059 State of Kuwait
Tel : (965) 4843130 - 4844061 - 4848754
Fax : 4842935



المعهد العربي للتخطيط بالكويت
ص.ب : 5834 الصفاة 13059 - دولة الكويت
هاتف : (965) - 4843130 - 4844061 - 4848754
فاكس : 4842935

E-mail ; api@api.org.kw
web site : http //www.arab-api.org

أهداف "جسر التنمية"

إن إتاحة أكبر قدر من المعلومات والمعارف لأوسع شريحة من أفراد المجتمع، يعتبر شرطا أساسياً لجعل التنمية قضية وطنية يشارك فيها كافة أفراد وشرائح المجتمع وليس الدولة أو النخبة فقط. وكذلك لجعلها نشاطاً قائماً على المشاركة والشفافية وخاضعاً للتقييم والمساءلة.

وتأتي سلسلة "جسر التنمية " في سياق حرص المعهد العربي للتخطيط بالكويت على توفير مادة مبسطة قدر المستطاع للقضايا المتعلقة بسياسات التنمية ونظرياتها وأدوات تحليلها بما يساعد على توسيع دائرة المشاركين في الحوار الواجب إثارته حول تلك القضايا حيث يرى المعهد أن المشاركة في وضع خطط التنمية وتنفيذها وتقييمها من قبل القطاع الخاص وهيئات المجتمع المدني المختلفة، تلعب دوراً مهماً في بلورة نموذج ومنهج عربي للتنمية يستند إلى خصوصية الأوضاع الاقتصادية والاجتماعية والثقافية والمؤسسية العربية، مع الاستفادة دائماً من التوجهات الدولية وتجارب الآخرين.

والله الموفق لما فيه التقدم والإزدهار لأمتنا العربية ،،،

د. عيسى محمد الغزالي
مدير عام المعهد العربي للتخطيط بالكويت

قائمة اصدارات "جسر التنمية"

العنوان	المؤلف	رقم العدد
مفهوم التنمية	د. محمد عدنان وديع	الأول
مؤشرات التنمية	د. محمد عدنان وديع	الثاني
السياسات الصناعية	د. أحمد الكواز	الثالث
الفقر: مؤشرات القياس والسياسات	د. علي عبدالقادر علي	الرابع
الموارد الطبيعية واقتصادات نفاذها	أ. صالح العصفور	الخامس
استهداف التضخم والسياسة النقدية	د. ناجي التوني	السادس
طرق المعاينة	أ. حسن الحاج	السابع
مؤشرات الأرقام القياسية	د. مصطفى بابكر	الثامن
تنمية المشاريع الصغيرة	أ. حسان خضر	التاسع
جداول المدخلات المخرجات	د. أحمد الكواز	العاشر
نظام الحسابات القومية	د. أحمد الكواز	الحادي عشر
إدارة المشاريع	أ. جمال حامد	الثاني عشر
الاصلاح الضريبي	د. ناجي التوني	الثالث عشر
أساليب التنبؤ	أ. جمال حامد	الرابع عشر
الادوات المالية	د. رياض دهال	الخامس عشر
مؤشرات سوق العمل	أ. حسن الحاج	السادس عشر
الاصلاح المصرفي	د. ناجي التوني	السابع عشر
خصخصة البنى التحتية	أ. حسان خضر	الثامن عشر
الأرقام القياسية	أ. صالح العصفور	التاسع عشر
التحليل الكمي	أ. جمال حامد	العشرون
السياسات الزراعية	أ. صالح العصفور	الواحد والعشرون
اقتصاديات الصحة	د. علي عبدالقادر علي	الثاني والعشرون
سياسات أسعار الصرف	د. بلقاسم العباس	الثالث والعشرون
القدرة التنافسية وقياسها	د. محمد عدنان وديع	الرابع والعشرون
السياسات البيئية	د. مصطفى بابكر	الخامس والعشرون
إقتصاديات البيئة	أ. حسن الحاج	السادس والعشرون
تحليل الأسواق المالية	أ. حسان خضر	السابع والعشرون
سياسات التنظيم والمنافسة	د. مصطفى بابكر	الثامن والعشرون
الأزمات المالية	د. ناجي التوني	التاسع والعشرون
إدارة الديون الخارجية	د. بلقاسم العباس	الثلاثون
التصحيح الهيكلي	د. بلقاسم العباس	الواحد والثلاثون
نظم البناء والتشغيل والتحويل B.O.T.	د. أمل البشبيشي	الثاني والثلاثون
الاستثمار الأجنبي المباشر : تعاريف	أ. حسان خضر	الثالث والثلاثون
محددات الاستثمار الأجنبي المباشر	د. علي عبدالقادر علي	الرابع والثلاثون
نمذجة التوازن العام	د. مصطفى بابكر	الخامس والثلاثون
النظام الجديد للتجارة العالمية	د. أحمد الكواز	السادس والثلاثون
منظمة التجارة العالمية: إنشاؤها وآلية عملها	د. عادل محمد خليل	السابع والثلاثون
منظمة التجارة العالمية: أهم الإتفاقيات	د. عادل محمد خليل	الثامن والثلاثون
منظمة التجارة العالمية: آفاق المستقبل	د. عادل محمد خليل	التاسع والثلاثون
النمذجة الإقتصادية الكلية	د. بلقاسم العباس	الأربعون
تقييم المشروعات الصناعية	د. أحمد الكواز	الواحد والأربعون
المؤسسات والتنمية	د. عماد الامام	الثاني والأربعون
التقييم البيئي للمشاريع	أ. صالح العصفور	الثالث والأربعون
مؤشرات الجدارة الإئتمانية	د. ناجي التوني	الرابع والأربعون
الدمج المصرفي	أ. حسان خضر	الخامس والأربعون
اتخاذ القرارات	أ. جمال حامد	السادس والأربعون
الإرتباط والانحدار البسيط	أ. صالح العصفور	السابع والأربعون
أدوات المصرف الإسلامي	أ. حسن الحاج	الثامن والأربعون
البيئة والتجارة والتنافسية	د. مصطفى بابكر	التاسع والأربعون
الأساليب الحديثة لتنمية الصادرات	د. مصطفى بابكر	الخمسون
الاقتصاد القياسي	**د. بلقاسم العباس**	**الواحد والخمسون**

للاطلاع على الأعداد السابقة يمكنكم الرجوع إلى العنوان الإلكتروني التالي :

http://www.arab-api.org/develop_1.htm

المحتويـــات

الاقتصاد القياسي

إعداد: د. بلقاسم العباس

(1) مبادىء نظرية الانحدار

تُحاول مُختلف النظريات الاقتصادية تفسير سلوك الاقتصاديين لفهم محددات ميولهم ومُحددات قراراتهم. وتصاغ هذه التفسيرات في شكل نموذج اقتصادي ، حيث تتحدد الظاهرة المراد دراستها بجملة من العوامل المؤثرة فيها.

ومن أهم الظواهر الاقتصادية التي حظيت بالاهتمام، نذكر إشكالية الاستهلاك الخاص (الأسري) ومحاولة معرفة محدداته من طرف العديد من الاقتصاديين والمدارس ، مثل نظرية الدخل المطلق لكينز ، ونظرية الدخل الدائم لفريدمان والدخل النسبي لديزانبوري ونظرية دورة الحياة لمودقلياني وصولا إلى تطبيقات التوقعات العقلانية ونظرية المفاجآت .

وقد تصاغ أغلب النظريات المفسرة للظواهر الاقتصادية في شكل نماذج غير كمية ، أي توصيف غير رياضي للظاهرة. ولكن متطلبات التطبيقات الاقتصادية أدت إلى صياغة هذه النماذج الاقتصادية في قالب كمي، بحيث تستخدم الرموز الرياضية في توصيف هذه الظواهر، مما يؤدي إلى كتابة النموذج الاقتصادي في قالب رياضي كمي في الشكل التالي :

$$(1) \quad Y = f(X, \theta)$$

تُحاول مُختلف النظريات الاقتصادية تفسير سلوك الاقتصاديين لفهم محددات ميولهم ومُحددات قراراتهم. تصاغ هذه التفسيرات في شكل نموذج اقتصادي حيث تحدد الظاهرة المراد دراستها بجملة من العوامل المؤثرة فيها.

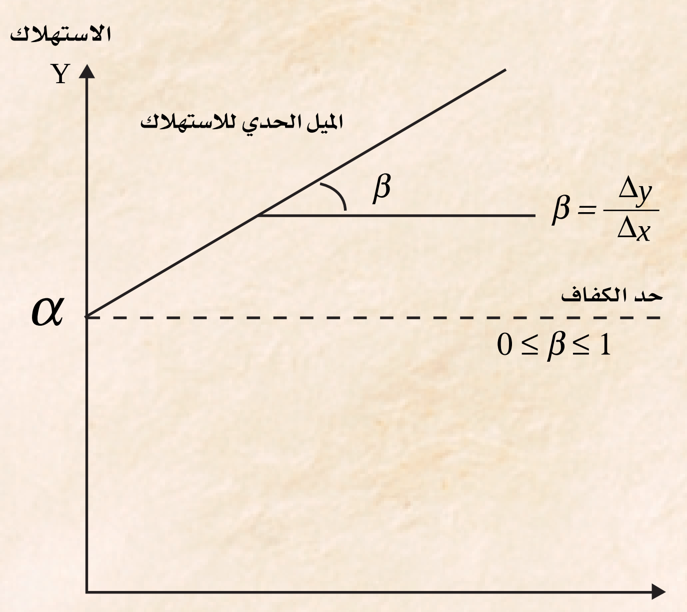
حيث Y هي المتغير (الظاهرة) المراد تفسيره ويطلق عليه المتغير التابع (المفسّر) ، X هي جملة المتغيرات المفسّرة للظاهرة المراد معرفة محدداتها و θ هو فضاء المعامل الذي يربط العلاقة ما بين Y و X. وإذا ما افترضنا أن العلاقة بين Y و X هي علاقة بسيطة جداً وأنها خطية ويوجد متغير مفسّر واحد فقط، فإنه يمكن كتابة هذه العلاقة كالتالي :

$$(2) \quad Y = \alpha + \beta X$$

تقول هذه العلاقة أن Y محددة خطياً بـ X عند حد أدنى يساوي α عندما يكون X معدوماً، وأن Y تزداد بقيمة ثابتة قدرها β عندما تزداد X بوحدة واحدة . هذه المواصفات تنطبق على نظرية الدخل المطلق لكينز، حيث أن الاستهلاك الكلي الخاص للأسر Y محدد فقط بالدخل الشخصي المتاح X ، وأن α تمثل حد الكفاف و β تمثل الميل الحدي للاستهلاك ، الذي يجب أن

يكون بين الواحد والصفر، كما هو موضح في الشكل البياني التالي:

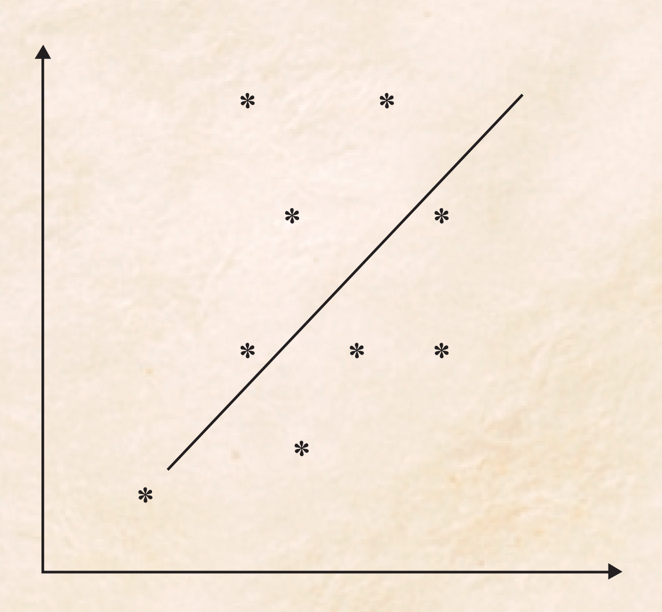
الشكل رقم (1) العلاقة ما بين الدخل والاستهلاك



بالرغم من أن النموذج الاقتصادي في شكله الكمي الرياضي يساعد على فهم الظواهر الاقتصادية المعقدة من خلال تحديد السببية وطبيعة المتغيرات الأساسية المؤثرة في الظاهرة المدروسة ، فإن هذا النموذج لا يستطيع تحديد شكل العلاقة ولا كل المتغيرات المؤثرة في الظاهرة ولا يستطيع ربط هذه العلاقة بزمان ومكان محددين .

تتخطى النماذج النظرية عموماً هذه التعقيدات، بافتراض أن النموذج هو تجسيد مبسط للواقع المعقد وتركيز على أهم المحددات، دون الخوض في غمار التعقيدات المتعلقة بتأثير هذه المحددات وتفاعلها وحجم تأثيرها على أي فترة من الزمن، حيث يترك حل هذه القضايا للاقتصاد التطبيقي. أما الواقع الاقتصادي المعاش، فيتم قياسه عموماً بجملة من المعلومات التي تجمع حول الظاهرة المدروسة . ومن أهم المعلومات التي تجمع بشكل منظم ودوري تلك البيانات الإحصائية التي تقيس بعد ومستويات المتغيرات التي تعكس الظاهرة المدروسة، وتجمع هذه البيانات في عدة أشكال لدراسة الظواهر الاقتصادية ، فهي إما أن تكون قياسات عبر الزمن لنفس الوحدة السلوكية مثل الاستهلاك الكلي للأسر في بلد أو منطقة معينة ، أو تكون قياسات عبر المكان في زمن محدد مثل استهلاك الأفراد في بيئة محددة . ونظراً لعدم قدرتنا على رصد الظاهرة كلها (المجتمع) فإننا نكتفي عموماً بعينة محدودة في الزمان أو المكان لدراسة الظواهر الاقتصادية . وتستخدم هذه العينة لاستقراء سلوك المجتمع بحيث تكون ممثلة بشكل جيد لهذا السلوك، وما عدا ذلك فإنها ستؤدي إلى استنتاجات متحيزة على طبيعة سلوك الاقتصاديين.

الشكل رقم (2) النموذج الخطي ما بين مُتغيرين



إن النموذج الاقتصادي الرياضي يظهر علاقة رتيبة سلسة ما بين Y و X ، أي أنه يتوقع وقوع كل المشاهدات من العينة على المنحنى الدالي للعلاقة المفترضة ، وبالتالي فإنه يمكن كتابة المشاهدة التي يقابلها مستوى X_i كما في العلاقة :

$$(3) \quad Y_i = \alpha + \beta X_i$$

بما أن كل المشاهدات من المتغيرات لا تقع على الخط البياني الممثل للعلاقة ما بين X_i ،Y_i و فإن النموذج النظري الكمي لا يمكن أن يفسر بشكل كامل كل مستويات Y_i عند X_i ، وإنما هناك جزء لم يتم تفسيره في هذه العلاقة، ذلك لأن النظرية التي اعتمدنا عليها هي تبسيط للواقع ولم تأخذ بعين الاعتبار المتغيرات الأخرى، لأن النظرية لم تركز عليها في تفسير الواقع لعدم وجود بيانات تقيس هذه المتغيرات مثل أثر الذوق والعادات الاستهلاكية في تفسير الاستهلاك إضافة إلى الدخل .

يمكن التغلب على هذه المصاعب بافتراض أن النموذج الاقتصادي يعكس الجزء المفسّر بالنظرية الاقتصادية، ويمكن إضافة متغير يعكس كل الجوانب التي يتم إغفالها في النموذج الاقتصادي . ويسمى هذا النموذج الذي يجمع بين النموذج النظري الاقتصادي والواقع الاقتصادي بالنموذج الإحصائي، ويكتب عادة :

$$(4) \quad Y_i = F\,(\,X_i\,,\,\theta\,,\,U\,)$$

وبافتراض خطية العلاقة فإن النموذج الإحصائي :

$$(5) \quad Y_i = \alpha + \beta_1 X_i + U_i \quad i = 1,...N$$

حيث N هو حجم المجتمع المراد دراسته.

وحيث أن U_i هي متغير عشوائي يخضع لعدة ضوابط إحصائية، عادة ما تصاغ في شكل فرضيات متعددة، وذلك لضمان أن يشكل النموذج تمثيلا جيداً للظاهرة المدروسة .

تتوفر لدينا على أرض الواقع بيانات عن عينة محدودة من البيانات عن المتغيرات Y_i و X_i عن المتغيرات ، ومن أجل ضبط النموذج الإحصائي على العينة فإننا نحتاج إلى تقدير المعالم باستخدام بيانات العينة . وانطلاقاً من فرضيات محددة حول النموذج الإحصائي، وباستخدام إحدى تقنيات التقدير المعروفة، فإنه سيتم الحصول على المعالم المقدرة والمحسوبة ، إنطلاقاً من بيانات العينة، ويرمز لها عموماً بـ $\hat{\beta}$ و $\hat{\alpha}$. وباستخدام بيانات العينة والمعالم المقدرة فإنه يمكن احتساب المتغير التابع المقدر من النموذج :

$$(6) \quad \hat{Y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i \quad i = 1,...n$$

وهو في الواقع يمثل كل النقاط التي تقع على الخط الممثل للعلاقة (6). و الفرق ما بين الجزء المقدر $\hat{Y}_i$ والجزء الفعلي Y_i يسمى بالبواقي، وهي قياس للخطأ العشوائي .

$$(7) \quad Y_i - \hat{Y}_i = Y_i - \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i \;\; = \hat{U}_i$$

يساعد النموذج الاقتصادي في شكله الكمي الرياضي على فهم الظواهر الاقتصادية المعقدة، من خلال تحديد السببية وطبيعة المتغيرات الأساسية المؤثرة في الظاهرة المدروسة

وكلما زاد مقدار هذه البواقي كلما كانت توقعات النموذج $\hat{Y}_i$ بعيدة عن الواقع Y_i .

تمثل المعالم المقدرة التي يتم الحصول عليها بطرق التقدير المختلفة مستندة على عينة من البيانات وتحت فرضيات معينة للنموذج، تقديراً غير متحيز لمعالم المجتمع، وذلك بفضل الفرضيات التي يجب أن تتحقق على النموذج الإحصائي ، ولكن من الممكن أن تكون هذه التقديرات غير معنوية ، أي أنه تم تقديرها

بخطأ كبير يفوق مجال الخطأ الذي يمكن تحمله .كذلك ، فإن المعالم المقدرة ستسمح لنا بإجراء جملة من الاختبارات الإحصائية حول مدى معنوية المعالم المقدرة ومدى ثقتنا بالنموذج في تفسير الظاهرة المدروسة . وعند اقتناعنا بأن النموذج المقدر يمثل تمثيلا جيداً للنموذج الاقتصادي وذلك باحتوائه أخطاء قليلة ومعالم ذات معنوية إحصائية، فإننا نستطيع استخدامه للتنبؤ الشرطي لقيم Y_0 عند مستويات X_0 أي :

$$\hat{Y}_0 = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_0$$

بحيث أنه كلما كان خطأ التنبؤ $\hat{U}_0$ قليلا فإن النموذج له مصداقية عالية لاستخدامه في التنبؤ المستقبلي .

كما يمكن إستخدام النموذج في تحليل بدائل السياسة وذلك بتقييم المضاعفات ، بمعنى ما يمكن حدوثه لـ Y عندتغير X بمقدار وحدة واحدة ، أو بتقييم المرونات أي عند تغير X بـ 1% ما هو مستوى التغير النسبي لـ Y%.

(2) فرضيات نموذج الانحدار الخطي البسيط

سوف نطلق على النموذج التالي :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + U_i$$

نموذج الانحدار الخطي البسيط، ونفترض صحة الفرضيات التالية :

(1) القيمة المتوقعة لـ Y باعتبار أن X معطاة E (Y/X)

$$E\,(Y_i / X_i) = \alpha + \beta X_i$$

(2) لكل قيمة لـ X قيمة مقابلة لـ Y موزعة حول متوسط وتباين ثابت .

$$E\,(Y^2) = \sigma^2$$

(3) قيم Y غير مرتبطة في ما بينها وتباينها معدوم، أي عدم وجود إرتباط خطي .

$$COV\,(Y_i\,, Y_j) = 0$$

$$i \neq j$$

(4) قيم X يجب أن تأخذ على الأقل قيمتين مختلفتين .

(5) قيم Y موزعة توزيعاً طبيعياً حول متوسطها لكل قيمة من قيم X :

$$Y_i \sim N\,[(\alpha + \beta X_i), \sigma^2\,]$$

النماذج النظرية هي تجريد مبسط للواقع الاقتصادي المعقد، تركز على أهم محدداته دون الخوض في غمار التعقيدات المتعلقة بتأثير هذه المحددات أو تفاعلها في أي فترة من الزمن، حيث يترك حل هذه القضايا للاقتصاد التطبيقي.

(3) فرضيات الخطأ العشوائي

إنطلاقاً من فرضيات النموذج الخطي، فإن فرضيات المتغير العشوائي هي كالتالي :

(1) قيم Y لكل قيم X هي

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + U_i$$

(2) متوسط U_i معدوم لأننا افترضنا أن

$$E\,(Y_i) = \alpha + \beta X_i$$

ومنه $E\,(U_i) = 0$

(3) تباين U_i ثابت ويعادل تباين Y

$$\text{var}(U_i) = \text{var}(Y) = \sigma^2$$

(4) تشتت تباين U_i معدوم

$$\text{cov}(U_i\,, U_j) = \text{cov}(Y_i\,, Y_j) = 0$$

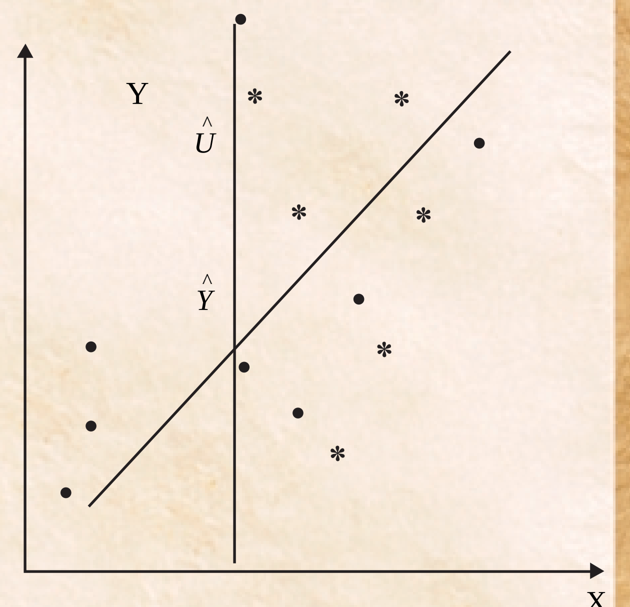
(5) U_i موزع توزيعاً طبيعياً

$$U_i \sim N\,[0, \sigma^2\,]$$

(4) تقدير معالم النموذج وطريقة المربعات الصغرى

يمكن الحصول على مقدرات للمعالم α و β باستخدام عدة طرق تعتمد على فلسفات مختلفة لكل طريقة ، ومن أهم الطرق المستخدمة نجد طريقة المعقولية العظمى وطريقة العزوم وطريقة الانحدار . وفي حالة النموذج الخطي بالفرضيات أعلاه فإن الطرق الثلاثة متعادلة بالرغم من اختلاف المنطلقات . سنركز في ما يلي على طريقة الانحدار الخطي لتقدير معالم النموذج .

تعتمد طريقة المربعات الصغرى العادية على إيجاد قيم المقدرات $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ التي يكون فيها مجموع مربعات الأخطاء $\sum_{i=1}^{n} \hat{U}_i^2$ عند قيمته الدنيا .



$$\hat{U} = Y_i - \hat{Y}_i$$
$$= Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i$$

نقوم باستخدام مجموع مربعات الأخطاء عوضاً عن مجموع الأخطاء حتى لا تلغي القيم الموجبة والسالبة بعضها بعضاً، كما يستخدم مجموع مربعات الأخطاء حتى يتم إيجاد خط إنحدار يكون فيه النموذج أكثر تمثيلا وأقرب للبيانات . والقيمة الدنيا لمجموع مربعات الأخطاء تتلاءم مع موضع واحد لخط الانحدار في الفضاء الديكارتي لإحداثيات X و Y . وتتم الخطوات الرياضية لإيجاد مجموع مربعات الأخطاء كالتالي :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + U_i$$
$$U_i = Y_i - \alpha + \beta X_i$$
$$S(\alpha , \beta) = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \alpha + \beta X_i)^2$$

ويُمكن إيجاد المقدرات $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ بتدنية المقدار $S(\hat{\alpha}, \hat{\beta})$ وذلك عبر الاشتقاق الجزئي ومعادلته بالصفر

$$\frac{\partial S(.)}{\partial \hat{\alpha}} = -2 \sum (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i) = 0$$
$$\frac{\partial S(.)}{\partial \beta} = -2 \sum X_i (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i) = 0$$

والتي يتم ترتيبها إلى

$$- \sum Y_i + n\hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum X_i = 0$$
$$- \sum_i XY_i + \hat{\alpha} \sum X_i + \hat{\beta} \sum X_i^2 = 0$$

وأخيراً

$$n\hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum X_i = \sum Y_i$$
$$\hat{\alpha} \sum X_i + \beta \sum X_i^2 = \sum X_i Y_i$$

والتي تعطي قيم المقدرات

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}$$

(5) خصائص مقدرات المربعات الصغرى العادية

إن مقدرات المعالم $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ هي تقدير لمعالم المجتمع إستناداً إلى بيانات عينة محددة ، وبالتالي فإنه من الطبيعي أن نتساءل: هل باستخدام نموذج الانحدار الخطي البسيط وطريقة المربعات الصغرى العادية يمكن الحصول على مقدرات غير متحيزة؟ إن عدم التحيز يعني أنه في المتوسط يمكن الحصول على مقدرات متطابقة مع القيم الأصلية للمعالم .

لدينا تقدير المربعات الصغرى للمعالم

$$\hat{\alpha} = \bar{Y}_i - \hat{\beta}\bar{X}_i$$

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum X_iY_i - \sum X_iY_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

بالتعويض $Y_i = \alpha + \beta X_i + U_i$ نحصل على

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum X_i(\alpha+\beta X_i+U_i) - \sum X_i(\alpha+\beta X_i+U_i)}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$= n\alpha\sum X_i + n\beta\sum X_i^2 + n\sum X_iU_i - \alpha\sum X_i - \beta\sum X_i^2 - \sum X_iU_i$$

$$= n\alpha\sum X_i - n\beta\sum X_i^2 + n\sum X_iU_i$$

$$\hat{\beta} = \beta + \frac{n\sum X_iU_i - n\sum X_i\sum U_i}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

وعند أخذ التوقع الرياضي فإن E(.)

$$E(\hat{\beta}) = E(\beta) + \frac{nE(\sum X_iU_i) - E(\sum X_i)E(\sum U_i)}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

وبما أن توقع المجموع هو مجموع التوقعات بالإضافة إلى أن توقع الخطأ هو معدم إفتراضاً، فإن:

$$E(\hat{\beta}) = \beta$$

وعليه فإن تقدير المربعات الصغرى غير متحيز .

ويمكن أيضاً حساب تباين $\hat{\beta}$ الذي يقيس مدى دقة تقدير المعالم إنطلاقاً من بيانات العينة، الذي سيحدد مدى مصداقية هذه التقديرات . وانطلاقاً من تباين Y_i و U_i الذي يساوي σ^2 فإن تباين $\hat{\beta}$

$$Var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum(X_i - \bar{X})^2}$$

وإذا ما افترضنا أن Y_i موزع توزيعاً طبيعياً ، فإن $\hat{\beta}$ موزع توزيعاً طبيعياً ممركز حول وسطه β وتباينه

$$\frac{\sigma^2}{\sum(X_i - \bar{X})^2}$$

$$\hat{\beta} \sim N\left(\alpha, \sigma^2 / \sum(X_i - \bar{X})^2\right)$$

تباين $\alpha^{\wedge}$ يساوي

$$\mathrm{var}(\hat{\alpha}) = \sigma^2\left[\frac{\sum X_i^2}{T\sum(X_i - \bar{X})^2}\right]$$

تباين مشترك α و β

$$\mathrm{cov}(\hat{\alpha},\hat{\beta}) = \sigma^2\left[\frac{-\bar{X}}{\sum(X_i - \bar{X})^2}\right]$$

وبالتالي فإن التوزيعات الاحتمالية لمقدرات المربعات الصغرى

$$\hat{\alpha} \sim N\left[\alpha, \frac{\sigma^2\sum X_i^2}{n\sum(X_i - \bar{X})^2}\right]$$

$$\hat{\beta} \sim N\left[\beta, \frac{\sigma^2}{\sum(X_i - \bar{X})^2}\right]$$

$\hat{\beta}$ و $\hat{\alpha}$ لكل منهما توزيع طبيعي لأنهما تقديران مكونان من توليفة من Y_i ، وبما أن مجموع متغير طبيعي هو توزيع طبيعي فإن المقدرات $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ لهما توزيع طبيعي أيضاً . و لإجراء الاختبارات الإحصائية على جودة المقدرات فإننا نحتاج إلى تقدير غير

متحيز للتباين σ^2 . وبما أنه ليس جزءاً من مقدرات المربعات الصغرى فإننا نستطيع افتراض أن مقدر التباين غير متحيز، ومن ثم نبحث عن القيمة التي تحقق هذا الشرط :

$$E(\hat{\sigma}^2) = \sigma^2$$

$$\hat{U}_i = Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}X_i$$

فإن:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \hat{U}_i^2}{n-2}$$

يُحقق شرط عدم التحيز

(6) اختبار الفرضيات

بعد تقدير معالم النموذج ، فإنه لا بد من التساؤل عن مدى جودة هذه التقديرات ودرجة الوثوقية فيها إحصائياً . أي هل التقدير المبني على معلومات جزئية من العينة يمكن الاعتماد عليه في تعميم معرفتنا واستنتاجاتنا حول معالم المجتمع، أي هل التقديرات معنوية إحصائياً بدرجة مخاطرة مقبولة ؟ هذه الاختبارات تستخدم أيضاً لتحديد مدى صحة إفتراضات النموذج حول معنوية تأثير المتغيرات المفسّرة على المتغير التابع . لكن نتيجة أن بيانات العينة التي نستخدمها في التقدير قلما تكون جيدة، بمعنى أنها تحتوي على العديد من "الصخب" والتشويش ، أي أنها تلتقط معها أثر العوامل العديدة مثل جودة القياس بحيث توجد دائماً فروقات بين المتغيرات بمفهومها النظري الكامل والطريقة التي قيست بها، بالإضافة إلى قياس أثر العوامل الأخرى مثل التذبذبات الناجمة عن العوامل الموسمية ، والتوقعات والقيود التي تفرض على سلوك العوامل وتكاليف التعديل ، فإنه من الصعب بمكان الجزم بصحة أو بطلان الفرضيات دون تمحيص دقيق في نوعية البيانات والمشاكل التي ترتبط بها .

يقوم مبدأ إختبار الفرضيات على اعتبار أن هناك فرضية صحيحة تسمى فرضية العدم H_0، تقابلها فرضية بديلة H_1 ، ويوجد إختبار يسمح بقبول فرضية العدم أو رفضها لصالح H_1 عند مستوى معنوية محدد . وفي حالة إختبار معنوية معالم نموذج الانحدار الخطي فإننا نلجأ إلى توزيع t "ستيودنت" المشتق من التوزيع الطبيعي للمقدرات من توزيع المعالم:

يتم قياس الواقع الاقتصادي المعاش بجملة من المعلومات التي تجمع حول الظاهرة المدروسة بشكل دوري ومنظم ، وتقيس بعد ومستويات المتغيرات التي تعكس الظاهرة المدروسة .

$$\hat{\beta} \sim N\left[\beta, \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}\right]$$

يُمكن الحصول على توزيع طبيعي معياري بطرح المتوسط والتقسيم على الانحراف المعياري ويرمز له بـ :

$$Z = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\operatorname{var}(\hat{\beta})}} \sim N[0,1]$$

ولدينا أيضاً توزيع الخطأ العشوائي

$$U_i \sim N[0, \sigma^2]$$

وبالتقسيم على الانحراف المعياري يمكن الحصول على توزيع معياري

$$U_i/\sigma \sim N[0,1]$$

ويعطي مُربع هذا التوزيع توزيعاً يعرف بكاي تربيع وهو:

$$(U_i/\sigma)^2 \sim X^2(1)$$

ومجموع هذا التوزيع هو نفسه كاي تربيع بدرجة حرية تساوي عدد المجاميع

$$(U_i/\sigma)^2 + (u_2/\sigma)^2 + \ldots (u_n/\sigma)^2 = X^2(n)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (u_i/\sigma)^2 \sim X^2(n)$$

ومنه فإن توزيع ستيودنت هو:

$$t = \frac{z}{\sqrt{v/m}} \sim t(m)$$

حيث Z توزيع طبيعي معياري وV لها توزيع كاي تربيع بـ m درجة حرية. وباستخدام نتائج مقدرات المربعات الصغرى العادية، فإن إختبار معنوية المقدرات باستخدام توزيع ستيودنت هو:

$$t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\beta})}}$$

$$= \frac{\dfrac{(\hat{\beta} - \beta)}{\sqrt{\sigma^2/\sum(X_i - \bar{X})^2}}}{\sqrt{\dfrac{(n-2)\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \Big/ n-2}} = \frac{(\hat{\beta} - \beta)}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}}}$$

$$= \frac{\hat{\beta} - \beta}{SE(\hat{\beta})} \sim t_{n-2}$$

إن المتغير العشوائي t له توزيع ستيودنت بدرجة حرية n-2، وباستخدام جدول توزيع ستيودنت نجد القيمة الحرجة t_c بحيث أن:

$$P(t \geq t_c) = P(t \leq t_c) = \frac{\alpha}{2}$$

حيث قيمة الاحتمال وتأخذ عادة قيمة 0.01 أو 0.05، نصف قيمة α موجود في الجزء المظلل من الشكل البياني أدناه ومنه فإن:

$$P(-t_c \leq t \leq t_c) = 1 - \alpha$$

والتي تعادل

$$P\left[-t_c \leq \frac{\hat{\beta} - \beta}{\sqrt{\mathrm{var}(\hat{\beta})}} \leq t_c\right] = 1 - \alpha$$

ومنه يُمكن بناء حدود ثقة $\hat{\beta} \pm t_c \sqrt{\mathrm{var}(\hat{\beta})}$ ، له احتمال إحتواء المعلمة $(1 - \alpha)$ غير المعروفة.

تستخدم قيمة t المحسوبة من المعادلة أعلاه بالمقارنة بالقيمة الحرجة الجدولية في توزيع t لتحديد نتيجة الاختبار، فإذا كانت قيمة الاختبار داخل المنطقة الحرة في كلا الجهتين لتوزيع tفإننا نرفض فرضية العدم لصالح الفرضية البديلة.

رفض $H_0: \beta = 0$

قبول $H_1: \beta \neq 0$

عدم الرفض H_0

H_0 $\beta = 0$

f(t)

رفض $H_0: \beta = 0$

قبول $H_1: \beta \neq 0$

$(1 - \alpha)$

$\alpha / 2$

$\alpha / 2$

$-t_c$

t_c

t

مجال رفض الفرضية $H_0: \beta = 0$

مقابل $H_1: \beta \neq 0$

(7) جودة الانحدار

بالإضافة إلى اختبار الفرضيات فإنه يُمكن أيضاً تحديد جودة النموذج إحصائياً من خلال تقييم مدى قدرة النموذج المقدر في التنبؤ بالقيم الفعلية للمتغير التابع. لإيجاد معيار إحصائي بسيط يقيس جودة الانحدار، نفترض أننا نريد أن نعرف مدى

مُساهمة كل من خط الانحدار والأخطاء في تفسير تغيرات المتغير التابع حول وسطه، فكلما كانت مُساهمة خط الانحدار كبيرة في تفسير هذه التغيرات كلما كان النموذج جيداً في اتباع تغيرات المتغير التابع. انحراف المتغير التابع حول وسطه يساوي:

$$Y_i - \bar{Y} = \hat{Y}_i - \hat{\bar{Y}} + \hat{U}_i$$

$$Y_i - \bar{Y} = \hat{Y}_i - \bar{Y} + \hat{U}_i$$

بأخذ مجموع مربع الانحراف عن الوسط

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y}) = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^{n}\hat{U}_i^2$$

SST = SSR + SSE

حيث SST المجموع المربع الكلي و SSR المجموع المربع المفسر و SSE مجموع مربع الأخطاء.

من هذه المعادلة يُمكن استخلاص مُعامل التحديد والذي يقيس جودة الانحدار المبينة على نموذج الانحدار الخطي بتقسيم المعادلة على SST.

$$\frac{SST}{SST} = \frac{SSR}{SST} + \frac{SSE}{SST}$$

$$1 = \frac{SSR}{SST} + \frac{SSE}{SST}$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

بالنظر إلى عدم قدرتنا على رصد التطورات الاقتصادية بشكل لا متناهي، فإننا نكتفي بعينة محدودة في الزمان أو المكان لدراسة الظواهر الاقتصادية. و يجب أن تكون العينة ممثلة بشكل جيد لسلوك المجتمع، و خلاف ذلك فإنها ستؤدي إلى استنتاجات متحيزة.

هذا المعامل سيكون محدداً ما بين الواحد والصفر، لأنه عندما تكون الأخطاء معدومة في النموذج فإننا نحصل على الانحدار الكامل ويكون R^2 مساوياً للواحد، وعندما تكون مجموع مربعات الأخطاء مساوية لمجموع المربع الكلي فإن R^2 يساوي الصفر أي أن النموذج لا يُفسر البيانات إطلاقاً. إن معامل التحديد R^2 هو مقياس إحصائي لا يقيس نوعية الانحدار، والتركيز على R^2 مرتفع قد يكون فكرة غير جيدة، لأنه ربما قد يعكس ارتباطاً إحصائياً جاء بالصدفة نتيجة أن المتغيرين Y وX لهما نفس الاتجاه، وفي نفس الوقت فإن هذا الارتباط لا يعكس السببية ما بين المتغيرين.

جدول تحليل التباين للعلاقة بين X و Y

منابع التغير	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات
مفسر	1	SSR	SSR/1
غير مفسر	n - 2	SSE	SSR/n-2
الكلي	n - 1	SST	

من البيانات حول استخلاص مُعامل التحديد نستطيع بناء جدول تحليل التباين، الذي يلخص كل منابع التغير التي تم حسابها بشكل واضح:

من خلال بيانات الجدول يمكن بناء اختبار إحصائي يختبر وجود العلاقة الإجمالية بين Y و X ويسمى اختبار F. ويحسب الاختبار بتطبيق العلاقة التالية:

$$F(k-1, n-k) = \frac{(SSE - SSE) / k - 1}{SSE / (n-k)}$$

حيث أن فرضية العدم هي عدم وجود علاقة بين المتغير التابع والمتغيرات المفسرة ، أي:

$$H_0: \alpha = \beta = 0$$

$$H_1: \alpha \neq \beta \neq 0$$

كما هو واضح من المعادلة أعلاه، فإنه يمكن حساب الاختبار مباشرة من البيانات المتوفرة من حساب معامل التحديد. ويمكن تحسين هذا الأخير لأن من عيوبه أنه يرتفع كلما ازداد عدد المتغيرات المفسرة في النموذج، وبالتالي فإنه عادة ما يعتمد على معامل التحديد المعدل.

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE / (n-k)}{SST / (n-1)}$$

مثال تطبيقي

لتبيان كيفية تطبيق نموذج الانحدار الخطي البسيط تستخدم بيانات الاستهلاك Y والدخل الشخصي X كل منهما مقاس بالأسعار الثابتة كما هي معطاة للفترة من عام 1965 إلى 1999.

بلغ متوسط الاستهلاك الفردي 29905 وحدة نقدية بينما الدخل 34098 ونمى كل منهما بنسب 3.1% و 2.7% سنوياً على التوالي. ويلاحظ أن المتغيرين مرتبطان بشكل قوي، حيث بلغ معامل الارتباط الإحصائي 0.97.

لدراسة العلاقة بين الاستهلاك (Y) والدخل (X) نفترض أن العلاقة بينهما خطية، أي :

$$(1)\ Y_i = \alpha + \beta X_t + U_i$$

وبافتراض صحة الفرضيات حول النموذج الخطي البسيط نريد تقدير المعلمتين α و β اللتين تمثلان على التوالي حد الكفاف والميل الحدي للاستهلاك . وبتطبيق النتائج والحسابات في الجدول (1) يمكن حساب

$$\hat{\beta} = \frac{n\sum X_iY_i - \sum X_i \sum Y_i}{n\sum X^2_i - (\sum X_i)^2}$$

قد تصاغ أغلب النظريات المفسرة للظواهر الاقتصادية في شكل نماذج غير كمية ، أي توصيف غير رياضي للظاهرة ، ولكن متطلبات التطبيقات الاقتصادية أدت إلى صياغة هذه النماذج الاقتصادية في قالب كمي بحيث تستخدم الرموز الرياضية لتوصيف هذه الظواهر.

حيث n حجم العينة يساوي 35 سنة من 1965 إلى 1999 و $\sum X_i = 119344$ و $\sum Y_i = 1046741$

و $\sum X^2_i = 4.363x10^{10}$ $\sum X_iY_i = 3.845x10^{10}$ ،

وبتطبيق هذه الأرقام على المعادلة أعلاه نحصل على:

$$\hat{\beta} = \frac{35(3.845x10^{10}) - (119344)(1046741)}{35(4.363x10^{10}) - (119344)^2} = 0.94$$

أي أن الميل الحدي للاستهلاك يعادل 0.94 ، ويعني ذلك أنه من كل وحدة نقدية من الدخل الشخصي يتم إنفاق 94% ويتم إدخار 6% فقط .

وبنفس الطريقة، يمكن تقدير الحد الثابت α

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} + \hat{\beta}\bar{X}$$

وحيث أن X = 34098 و Y= 29906، فإن:

$$\hat{\alpha} = 29906 - 0.94(34098)$$
$$= -2146.12$$

إن العلامة السالبة تدل على أن المقدر $\hat{\alpha}$ ليس له معنى وأن المعادلة تحتوي على أخطاء توصيف يجب تصويبها لرفع جودة النموذج .

وتتمثل الخطوة التالية في حساب جودة التقدير بحساب مقدار عدم الدقة الذي تحتويه مقدرا ت $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$، وذلك بتقييم التباين والانحراف المعياري .

$$Var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$$

$$var(\hat{\alpha}) = \sigma^2 \left[\frac{\sum X_i^2}{n \sum (X_i - \bar{X})^2} \right]$$

لحساب التباين نحتاج إلى تقييم مقدر تباين المعادلة $\hat{\sigma}^2$، الذي اقترحنا حسابه:

$$\sigma^2 = \frac{\sum \hat{U}_i^2}{n - 2}$$

حيث أن مجموع مربعات الأخطاء يحسب أولا بتقييم خط الانحدار:

$$\hat{Y}_i = -2146.12 + 0.94(X_i)$$

ومن ثم طرح هذه القيمة

$$\hat{U}_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

وبإجراء مجموع مربعات:

$$\sum \hat{U}_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

نحصل على $\sum \hat{U}_i^2 = 1.73 \times 10^8$

إن المعالم المقدرة بطرق التقدير المختلفة ستسمح لنا بإجراء جملة من الاختبارات الإحصائية حول مدى معنوية المعالم هذه ومدى ثقتنا بالنموذج في تفسير الظاهرة المدروسة .

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1.73.10^8}{35 - 2} = \frac{172518383}{33}$$

وهو ما يسمح بتقييم التباين حسب المعادلات أعلاه:

$$Var(\hat{\beta}) = \frac{\hat{\sigma}^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} = \frac{4929094}{2435452185}$$

$$= \frac{5227829}{2935452185} = 0.00178$$

$$var(\hat{\alpha}) = \hat{\sigma}^2 \left[\frac{\sum X_i^2}{n \sum (X_i - \bar{X})^2} \right]$$

$$= 5227829 \left[\frac{4.363.10^{10}}{33(2935452185)} \right]$$

$$= 2093193$$

مما يعطي أن الانحراف المعياري للمعالم المقدرة هو

$$SE(\hat{\beta}) = \sqrt{var(\hat{\beta})} = \sqrt{0.00178}$$
$$= 0.040978$$

$$SE(\hat{\alpha}) = \sqrt{var(\hat{\alpha})} = \sqrt{2093193}$$
$$= 1446.787$$

ولدراسة مدى معنوية هذه المقدرات يحسب إختبار "t " والذي هو:

$$t_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\sqrt{Var(\hat{\beta})}}$$

وبافتراض أننا بصدد إختبار مدى اختلاف $\hat{\beta}$ عن الصفر ، أي إختبار أن الميل الحدي للاستهلاك غير معدوم، وكذلك تأثير الدخل على الاستهلاك ،فإن قيمة الاختبار:

$$t_{\beta} = \frac{0.93=8 - 0}{0.040978} = 22.9$$

وبمقارنة هذه القيمة المحسوبة مع القيمة الجدولية عند مستوى معنوية %5 ، فإننا نستطيع القول بأن المعلمة معنوية جداً، وبالتالي لا يمكن قبول فرضية العدم ، ونفس الشيء بالنسبة للحد الثابت:

$$t_{\hat{\alpha}} = \frac{\hat{\alpha} - \alpha_0}{\sqrt{Var(\hat{\alpha})}} = \frac{- 2110.205}{1446.7} = - 1.5$$

ونظرا لارتفاع الانحراف المعياري، فقد تم تقدير الحد الثابت بثقة ليست كبيرة، وبالتالي فإننا لا نستطيع رفض فرضية العدم أي أن $\hat{\alpha}$ غير معنوية إحصائياً .

يمكن التغلب على المصاعب المتعلقة بمقدرة النماذج على تفسير الظواهر الاقتصادية بافتراض أن النموذج الاقتصادي يعكس الجزء المفسّر في النظرية الاقتصادية، ويمكن إضافة متغير يعكس كل الجوانب التي يتم إغفالها في النموذج الاقتصادي، الذي يجمع بين النموذج النظري الاقتصادي والواقع الاقتصادي ويطلق عليه النموذج الإحصائي.

ولتقييم جودة ضبط المعادلة الخطية البسيطة، فإننا نقيم جدول التباين الذي يعطي مقدار الخطأ في قياس العلاقة .

من الجدول المبين يمكن حساب معامل التحديد R^2 ومعامل التحديد المعدل $\bar{R}^2$ الذي يقيس جودة الانحدار .

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{275909595}{2760556336} = 0.9375$$

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SSE / n - k}{SST / n - 1}$$

$$= 1 - \frac{4929094}{81192833} = 0.9356$$

جدول التباين لدالة الاستهلاك

منابع التغير	درجة الحرية	مجموع المربعات	متوسط المربعات
مفسر	1	2759509595	2759509595
غير مفسر	33	172518383	4929094
الكلي	34	2760556336	81192833

والذي يدل على أن أكثر من 93% من التغيرات في الاستهلاك يتم التقاطها من طرف الدخل، بينما 7% من التغيرات هي غير مفسرة . ويُمكن تعزيز هذه النتيجة بتقييم مدى معنوية المعادلة باستخدام إختبار F.

$$F(1,33) = \frac{(SST - SSE)K - 1}{SSE / n - K}$$

$$\frac{2760556336 - 1.73x10^{18}}{4929094}$$

$$= 495.05$$

بعد تقدير معالم النموذج لا بد وأن نتساءل عن مدى جودة هذه التقديرات ودرجة الوثوق بها إحصائياً .

وبمقارنة قيمة F المحسوبة مع الجدولية عند درجات الحرية F(1,33) ، فإننا لا نستطيع قبول فرضية العدم القائلة بعدم وجود علاقة بين الاستهلاك والدخل .

المــراجــع العربية

- دومينيك سالفاتور 1982 ، نظريات ومسائل في الإحصاء والإقتصاد القياسي، دار ماكجروهيل للنشر، القاهرة.
- برنار غريه 1989 ، طرق الإحصاء، لمؤسسة الجامعية للدراسات والنشر والتوزيع، بيروت.
- علي أبوالقاسم محمد 1987، أساليب الإحصاء التطبيقي، دار الشباب للنشر والترجمة والتوزيع، نيقوسيا.
- علي أبوالقاسم محمد 1984، مقدمة في علم الإحصاء التطبيقي، المعهد العربي للتخطيط، الكويت.
- عبدالله عويس، الإحصاء التطبيقي، مكتبة عين شمس، القاهرة.
- عصام عزيز شريف 1983، مقدمة في القياس الإقتصادي، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت.
- عبدالقادر محمد عبدالقادر 1990، طرق قياس العلاقات الإقتصادية: مع تطبيقات الحاسب الالكتروني، دار الجامعات المصرية، الاسكندرية.
- ابراهيم العيسوي 1978، مبادىء التحليل الإقتصادي الرياضي، دار النهضة العربية، القاهرة.
- مختار محمد متولي 1993، النظرية الإقتصادية : مدخل رياضي، جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات، الرياض.
- مختار محمد متولي 1993، الأساليب الرياضية للإقتصاديين، جامعة الملك سعود، عمادة شؤون المكتبات، الرياض.
- مجدي الشوربجي 1994، الإقتصاد القياسي : النظرية والتطبيق، الدار المصرية اللبنانية، القاهرة.
- عباس السيد، الإقتصاد القياسي، دار الجامعات المصرية، القاهرة.
- كينث اف والس 1981، مقدمة في الإقتصاد القياسي، الجامعة المستنصرية، بغداد.
- محمد خليل برعي 1983، مقدمة في القياس الإقتصادي، جامعة القاهرة، القاهرة.

المــراجــع الانجليزية

- A. Koutsayiannis 1977 , Theory of econometrics an introductory exposition of econometric methods, Macmillan, London.
- Arthur Stanley Goldberger 1991, A course in econometrics, Harvard University Press, Cambridge, Mass.
- Ernst R. Berndt 1991 , The practice of econometrics classic and contemporary, Addison-Wesley Pub. Co., Reading, Mass.
- Franklin M. Fisher 1991 , Econometrics essays on theory and applications, Harvester Wheatsheaf, Hemel Hempstead.
- G.S. Maddala 1988 , Introduction to econometrics, Macmillan, New York.
- George G. Judge ... [et al.]. 1988 , Introduction to the theory and practice of econometrics, Wiley, New York.
- Gregory C. Chow 1983 , Econometrics, McGraw-Hill Book Co., New York.
- Jan Kmenta 1986 , Elements of econometrics, Macmillan, New York.
- John Eatwell, Murray Milgate, Peter Newman 1990 , Econometrics the New Palgrave, Norton, New York.
- R. Leighton Thomas 1985 , Introductory econometrics, theory and applications, Longman, London ; New York.
- Sukesh K. Ghosh 1991, Econometrics theory and applications, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.


جسر التنمية